TRƯỜNG THCS NGUYỄN QUANG BÍCH

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH NĂNG KHIẾU
NĂM HỌC 2024 - 2025
Môn: Toán 8
*Thời gian làm bài: **150** phút, không kể thời gian giao đề*
*(Đề thi gồm: **02** trang)*

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (18 câu - 6,0 điểm)

A. Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (4,0 điểm)

Câu 1: Biết rằng $(2x+3)(3x+a)-bx^2-cx+3=0$ với mọi x, khi đó $a+b+c$ là
A. $14.$ **B.** $13.$ **C.** $12.$ **D.** $5.$

Câu 2: Giá trị biểu thức $(2x-3y)^2-(3y-2)(3y+2)-(1-2x)^2+4x(3y-1)$ là
A. $3.$ **B.** $2.$ **C.** $5.$ **D.** $4.$

Câu 3: Kết quả phép tính $\frac{x^2-16}{x+2}.\frac{2x}{x+4}+\frac{x^2-16}{x+2}.\frac{2-x}{x+4}$ là
A. $x-4.$ **B.** $x+4.$ **C.** $\frac{1}{x-4}.$ **D.** $\frac{1}{x+4}.$

Câu 4: Biết $\frac{6x^2-x-1}{x^3-x}=\frac{a}{x}+\frac{b}{x-1}+\frac{c}{x+1}$ ta có $a-b+c$ là
A. $6.$ **B.** $2.$ **C.** $0.$ **D.** $-3.$

Câu 5: Giá trị lớn nhất của phân thức $A=\frac{2025}{x^4-2x^2+2026}$ là
A. $\frac{2025}{2026}.$ **B.** $\frac{2026}{2025}.$ **C.** $2.$ **D.** $1.$

Câu 6: Tổng tất cả các giá trị nguyên của x để phân thức $B=\frac{5x-2}{2x-3}$ nhận giá trị nguyên là
A. $10.$ **B.** $2.$ **C.** $6.$ **D.** $3.$

Câu 7: Cho ΔABC vuông tại *A*, đường cao *AH* có $BC=20\,cm; AC=16\,cm$ Độ dài *AH* là
A. $12\,cm$ **B.** $8,4\,cm$ **C.** $9,8\,cm$ **D.** $9,6\,cm$

Câu 8: Cho tam giác ABC có G là trọng tâm, các đường trung tuyến $AD, BE, CF.$ Gọi K là trung điểm của $CG.$ Biết $AD=12\,cm,$ độ dài đoạn thẳng EK là
A. $4\,cm$ **B.** $8\,cm$ **C.** $6\,cm$ **D.** $3\,cm$

Câu 9: Cho tam giác ABC cân tại A hai đường phân giác BE, CF của tam giác cắt nhau tại I. Biết $AB=12\,cm; BC=6\,cm$ Độ dài EF là
A. $2\,cm$ **B.** $4\,cm$ **C.** $6\,cm$ **D.** $3\,cm$

Câu 10: Cho tam giác ABC không vuông có các đường cao BE, CF, biết $AB=20\,cm; BC=30\,cm; BE=16\,cm$ Độ dài đoạn thẳng EF là
A. $9\,cm$ **B.** $12\,cm$ **C.** $18\,cm$ **D.** $16\,cm$

Câu 11: Cho tam giác ABC, $\widehat{A}=120^0, \widehat{C}=15^0, AB=1\,cm;$ đường phân giác $AD,$ khi đó $\frac{1}{BD^2}+\frac{1}{BC^2}$ là

A. $4.$ **B.** $\frac{3}{4}.$ **C.** $\frac{4}{3}.$ **D.** $\frac{1}{4}.$

Câu 12: Để phương trình $2(x-1)+2m^2=3x+5$ có nghiệm $x=1$ thì tổng tất cả các giá trị m thỏa mãn là

A. $0.$ **B.** $2.$ **C.** $4.$ **D.** $1.$

Câu 13: Nghiệm phương trình $(x-20)+(x-19)+(x-18)+(x-17)+....+2022+2023+2024=2024$ là

A. $x=-2023.$ **B.** $x=-2003.$ **C.** $x=2024.$ **D.** $x=0.$

Câu 14: Rút ra một lá bài từ bộ bài 52 lá**.** Xác suất để rút được con bích là

A. $\frac{1}{4}.$ **B.** $\frac{1}{13}.$ **C.** $\frac{12}{13}.$ **D.** $\frac{3}{4}.$

Câu 15: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ chiều cao bằng $15\,cm$ thể tích $1280\,cm^3.$

Khi đó diện tích xung quanh của hình chóp là

A. $548\,cm^2.$ **B.** $542\,cm^2.$ **C.** $544\,cm^2.$ **D.** $546\,cm^2.$

Câu 16: Cho hai đường thẳng $(d_1):y=-3x+1,(d_2):y=2x-3m+7.$ Giá trị tham số m để hai đường thẳng (d_1) và (d_2) cắt nhau tại một điểm trên trục tung là

A. $1.$ **B.** $2.$ **C.** $3.$ **D.** $4.$

B.Trắc nghiệm đúng sai (2,0 điểm) Trong mỗi ý **a). b). c). d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn <u>đúng</u> hoặc <u>sai.</u>

Câu 17: Cho tam giác ABC có $AB=5\,cm;BC=8\,cm;CA=6\,cm;$ tam giác PMN có $MN=4\,cm;PN=3\,cm$

a) Nếu $MP=2,5\,cm$ thì $\Delta ABC\sim\Delta PMN.$ **b**) Nếu $MP=2\,cm$ thì $\Delta ABC\sim\Delta PMN.$

c) Nếu $\Delta ABC\sim\Delta PMN$ thì $\frac{S_{ABC}}{S_{PMN}}=2.$ **d**) Nếu $\Delta ABC\sim\Delta PMN$ thì $\frac{S_{ABC}}{S_{PMN}}=4.$

Câu 18: Thực hiện gieo đồng thời hai con súc sắc cân đối và đồng chất một lần.

a) Số kết quả có thể là 36.

b) Xác suất để biến cố: " Tổng số chấm xuất hiện ở hai con xúc sắc bằng 5 " xảy ra là $\frac{5}{36}$.

c) Xác suất để biến cố: " Tổng số chấm xuất hiện ở hai con xúc sắc bằng 7 " xảy ra là $\frac{1}{6}$.

d) Xác suất để biến cố: " Tổng số chấm xuất hiện ở hai con xúc sắc bằng 11 " xảy ra là $\frac{1}{36}$.

II. PHẦN TỰ LUẬN (4 Câu - 14,0 điểm)

Câu 1 (4,0 *điểm*)

a) Tìm các số nguyên x,y biết $y^2-x^3y-2x^3-1=0.$

b) Tìm số tự nhiên n sao cho $(n^2-8)^2+36$ là một số nguyên tố.

c) Cho a,b là hai số nguyên dương sao cho $a+1$ và $b+2025$ đều chia hết cho $6.$ Chứng minh rằng: $4^{2025}+a+b$ chia hết cho 6.

Câu 2 (4,0 *điểm*)

a) Giải phương trình $(x-3)(x-5)(x-6)(x-10)-24x^2=0.$

b) Cho các số thực $x, y, z \neq 0$ thỏa mãn: $x^2 - yz = \frac{3y^2}{2}, y^2 - xz = \frac{3z^2}{2}, z^2 - yx = \frac{3x^2}{2}.$

Tính giá trị biểu thức $P = \left| \frac{2025xyz}{x^2z + y^2x + z^2y} \right|.$

Câu 3 (5,0 *điểm*) Cho tam giác ABC nhọn $(AB < AC)$ có ba đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H. I là giao điểm của BE và DF.

a) Chứng minh: $\Delta ABC \sim \Delta AEF$. AB là tia phân giác của $\widehat{MAC}$.

b) Chứng minh $IH.BE = BI.HE$.

c) Vẽ $AK \perp EF (K \in EF)$. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của EF và DK. Chứng minh: A, P, Q thẳng hàng.

Câu 4 (1,0 *điểm*). Cho các số dương x, y, z thỏa mãn $x + y + z = 2024$. Tìm giá trị nhỏ nhất của

$$P = \frac{x^3}{x^2 + xy + y^2} + \frac{y^3}{y^2 + yz + z^2} + \frac{z^3}{z^2 + zx + x^2}.$$

---------- Hết ----------

(Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)

Họ và tên thí sinh: ..... - Số báo danh: .....

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO **TAM NÔNG**	HDC THI CHỌN KS NĂNG KHIẾU CẤP HUYỆN **NĂM HỌC 2023 - 2024** **Môn: Toán 8** (HDC gồm: trang)

A. Một số chú ý khi chấm bài.

- Hướng dẫn chấm dưới đây dựa vào lời giải sơ lược của một cách; khi chấm thi giám khảo cần bám sát yêu cầu trình bày lời giải đầy đủ, chi tiết và hợp lôgic.

- Thí sinh làm bài cách khác với **Hướng dẫn chấm** mà đúng thì tổ chấm cần thống nhất cho điểm tương ứng với biểu điểm của **Hướng dẫn chấm**.

B. Đáp án và biểu điểm.

I. Trắc nghiệm(Mỗi câu đúng được 0,5 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Đ/án	**A**	**B**	**D**	**A**	**C**	**D**	**B**	**B**	**A**	**D**	**B**	**C**	**A**	**D**	**D**	**C**

II. Tự luận. (12,0 điểm)

Câu	Hướng dẫn chấm	Điểm
Câu 1 (3,5 điểm) a) Tìm x, y nguyên biết: $y^2 - xy - 2x - 1 = 0.$		

b) Tìm số tự nhiên n sao cho : $n^4 - 16n^2 + 100$ là một số nguyên tố.

1a (1,75 đ)

Câu 1 (3,5 điểm)

a) Tìm $x; y$ nguyên biết: $y^2 - xy - 2x - 1 = 0.$

$y^2 - xy - 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow y^2 - x(y+2) - 1 = 0$

$\Leftrightarrow y^2 - 4 - x(y+2) + 3 = 0 \Leftrightarrow (y-2)(y+2) - x(y+2) + 3 = 0$ — 0,25

$\Leftrightarrow (y+2)(y-2-x) = -3$ — 0,25

Vì $x; y$ nguyên $y+2; y-2-x$ là các số nguyên và — 0,25

$y+2; y-2-x \in U(3) = \{-1; 1; -3; 3\}$ — 0,25

Ta có bảng: — 0,5

$y+2$	-1	1	-3	3
$y-2-x$	3	-3	1	-1
y	-3	-1	-5	1
x	-8	0	-8	0

Vậy $(x; y)$ là $(-8; -3)$, $(-8; -5)$, $(0; -1)$, $(0; 1)$. — 0,25

1b (1,75 đ)

b) Tìm số tự nhiên n sao cho : $n^4 - 16n^2 + 100$ là một số nguyên tố.

Ta có : $n^4 - 16n^2 + 100 = (n^4 + 20n^2 + 10^2) - 36n^2$ — 0,25

$= (n^2 + 10)^2 - (6n)^2 = (n^2 - 6n + 10)(n^2 + 6n + 10)$ — 0,5

Ta có: $0 < n^2 - 6n + 10 \le n^2 + 6n + 10 \ (\forall n \in N)$ — 0,25

mà $n^4 - 16n^2 + 100$ là số nguyên tố nên $n^2 - 6n + 10 = 1 \Rightarrow n^2 - 6n + 9 = 0$

$\Rightarrow (n-3)^2 = 0 \Rightarrow n - 3 = 0 \Rightarrow n = 3$ — 0,5

Thử lại: $n = 3$ thì $n^4 - 16n^2 + 100 = 37$ là số nguyên tố — 0,25

Vậy $n = 3$

Câu 2 (3,5 điểm)

a) Giải phương trình: $6x^4 + 7x^3 + 5x^2 - x - 2 = 0.$

b) Cho các số thực $x, y \neq 0; \ x + y \neq 0$ thỏa mãn: $\frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{y} = \frac{1}{x+y}$ và $a + b = 1$.

Chứng minh rằng: $\left(\frac{a}{x}\right)^8 + \left(\frac{b}{y}\right)^8 = \frac{1}{(x+y)^8}$

2a (1,75 đ)	a) Giải phương trình: $6x^4+7x^3+5x^2-x-2=0.$	
	a) $6x^4+7x^3+5x^2-x-2=0\Leftrightarrow 6x^4-3x^3+10x^3-5x^2+10x^2-5x+4x-2=0$ $\Leftrightarrow 3x^3(2x-1)+5x^2(2x-1)+5x(2x-1)+2(2x-1)=0$ $\Leftrightarrow (2x-1)(3x^3+5x^2+5x+2)=0$	0,5
	$\Leftrightarrow (2x-1)(3x^3+2x^2+3x^2+2x+3x+2)=0$ $\Leftrightarrow (2x-1)(x^2(3x+2)+x(3x+2)+3x+2)=0$ $\Leftrightarrow (2x-1)(3x+2)(x^2+x+1)=0$ (1)	0,5
	$x^2+x+1=(x+\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4}>0\ \forall x$	0,25
	Pt (1) $\Leftrightarrow (2x-1)(3x+2)=0\Leftrightarrow 2x-1=0$ hoặc $3x+2=0$	
	$\Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$ hoặc $x=-\frac{2}{3}$.	0,5
2b (1,75 đ)	b) Cho các số thực $x,y\neq 0;\ x+y\neq 0$ thỏa mãn: $\frac{a^2}{x}+\frac{b^2}{y}=\frac{1}{x+y}$ và $a+b=1$. Chứng minh rằng: $\left(\frac{a}{x}\right)^8+\left(\frac{b}{y}\right)^8=\frac{2}{(x+y)^8}$	
	$\frac{a^2}{x}+\frac{b^2}{y}=\frac{1}{x+y}\Leftrightarrow \frac{a^2}{x}+\frac{b^2}{y}=\frac{(a+b)^2}{x+y}$	0,25
	$\Leftrightarrow \left(\frac{a^2}{x}+\frac{b^2}{y}\right)(x+y)=(a+b)^2\Leftrightarrow a^2+b^2+\frac{a^2y}{x}+\frac{b^2x}{y}=a^2+b^2+2ab$	0,25
	$\Leftrightarrow \frac{a^2y}{x}+\frac{b^2x}{y}=2ab\Leftrightarrow a^2y^2+b^2x^2-2abxy=0\Leftrightarrow (ay-bx)^2=0$	0,25
	$\Leftrightarrow ay-bx=0\Leftrightarrow ay=bx\Leftrightarrow \frac{a}{x}=\frac{b}{y}=\frac{a+b}{x+y}=\frac{1}{x+y}$	0,5
	$\Rightarrow \left(\frac{a}{x}\right)^8=\left(\frac{b}{y}\right)^8=\left(\frac{1}{x+y}\right)^8=\frac{1}{(x+y)^8}$	0,25
	$\Rightarrow \left(\frac{a}{x}\right)^8+\left(\frac{b}{y}\right)^8=\frac{2}{(x+y)^8}$.	0,25

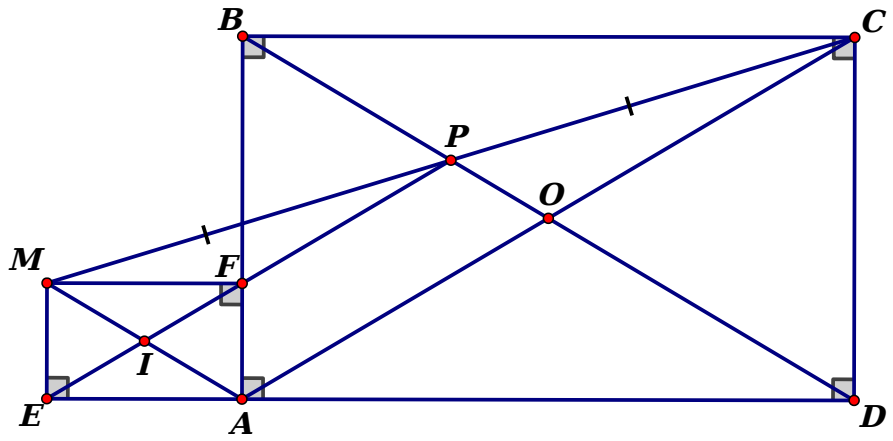
Câu 3 (4,0 điểm)

Cho hình chữ nhật $ABCD$, hai đường chéo cắt nhau tại O. P là một điểm di động trên đoạn thẳng OB (P khác O và B). M là điểm đối xứng của C qua P. Kẻ ME, MF lần lượt vuông góc với các đường thẳng AD, AB.

a) Chứng minh: MA song song với BD và AB là tia phân giác của $\widehat{MAC}$.

b) Chứng minh: E, F, P thẳng hàng.

c) Chứng minh: Tỉ số $\left(\frac{EF}{MF}\right)^2$ không đổi khi P di động trên đoạn thẳng OB.

		0,75
3a (2,0đ)	Ta có: $PM = PC$ (M đối xứng với C qua P)	0,25
	Tứ giác ABCD là hình chữ nhật $\Rightarrow OA = OC$	0,25
	$\Rightarrow PO$ là đường trung bình của tam giác AMC	0,25
	$\Rightarrow PO // AM \Rightarrow AM // BD$	0,25
	Vì $AM // BD \Rightarrow \widehat{MAB} = \widehat{ABD}$ (So le trong) (1)	0,25
	Tứ giác ABCD là hình chữ nhật $\Rightarrow OA = OB = OC = OD$	0,25
	$\Rightarrow \Delta OAB$ cân tại O $\Rightarrow \widehat{OAB} = \widehat{OBA}$(2)	0,25
	Từ (1) và (2): $\widehat{MAB} = \widehat{ABD} = \widehat{OAB} \Rightarrow$ AB là tia phân giác của $\widehat{MAC}$	0,25
3b (1,0đ)	Tứ giác $MEAF$ có $\widehat{MFA} = \widehat{MEA} = \widehat{EAF} = 90^0 \Rightarrow MEAF$ là hình chữ nhật Gọi I là giao của hai đường chéo $MA, EF \Rightarrow I$ là trung điểm của MA và EF	0,25
	I là trung điểm của MA, P là trung điểm của $MC \Rightarrow IP$ là đường trung bình của tam giác $MAC \Rightarrow IP // AC$ (3)	0,25
	$MEAF$ là hình chữ nhật $\Rightarrow IM = IE = IA = IF \Rightarrow \Delta IFA$ cân tại I	

	$\Rightarrow \widehat{IFA}=\widehat{IAF}$	
	$\widehat{IAF}=\widehat{BAO}$(cm.a) $\Rightarrow \widehat{IFA}=\widehat{BAO}\Rightarrow IF//AC$(4)	0,25
	Từ (3), (4): $\Rightarrow I,F,P$ thẳng hàng $\Rightarrow E,I,F,P$ thẳng hàng $\Rightarrow E,F,P$ thẳng hàng	0,25
3c (1,0đ)	$\left(\frac{EF}{MF}\right)^2=\frac{EF^2}{MF^2}=\frac{EA^2+AF^2}{AE^2}=1+\left(\frac{AF}{AE}\right)^2$	0,25
	$\widehat{AFE}=\widehat{BFP}$ (đối đỉnh) $\widehat{BFP}=\widehat{BAC}$ (2 góc đồng vị và $FP//AC$) $\Rightarrow \widehat{EFA}=\widehat{BFP}=\widehat{BAC}$	0,25
	Xét tam giác AFE và tam giác BAC có $\widehat{EAF}=\widehat{ABC}=90^0$ $\widehat{EFA}=\widehat{BAC}$ (cmt) $\Rightarrow \Delta AFE\sim\Delta BAC(g.g)$	0,25
	$\Rightarrow \frac{AF}{BA}=\frac{AE}{BC}\Rightarrow \frac{AF}{AE}=\frac{BA}{BC}\Rightarrow \left(\frac{EF}{MF}\right)^2=1+\left(\frac{AF}{AE}\right)^2=1+\left(\frac{BA}{BC}\right)^2$ (Không đổi khi P di động trên OB)	0,25
Câu 4 (1,0 điểm) Cho ba số thực dương x,y,z thỏa mãn $x+y+z=1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của: $P=\left(\frac{xy}{z}+\frac{yz}{x}+\frac{xz}{y}\right)^2+4(xy+yz+zx)$		
4 (1,0đ)	Ta chứng minh: $\left(\frac{xy}{z}+\frac{yz}{x}+\frac{zx}{y}\right)^2\geq 3(x^2+y^2+z^2)$ (*) $\Leftrightarrow \left(\frac{xy}{z}\right)^2+\left(\frac{yz}{x}\right)^2+\left(\frac{zx}{y}\right)^2+2\frac{xy}{z}.\frac{yz}{x}+2\frac{xy}{z}.\frac{zx}{y}+2\frac{yz}{x}.\frac{zx}{y}\geq 3(x^2+y^2+z^2)$ $\Leftrightarrow \left(\frac{xy}{z}\right)^2+\left(\frac{yz}{x}\right)^2+\left(\frac{zx}{y}\right)^2\geq x^2+y^2+z^2$	
	Áp dụng bất đẳng thức: $m^2+n^2+p^2\geq mn+np+pm$ $\left(\frac{xy}{z}\right)^2+\left(\frac{yz}{x}\right)^2+\left(\frac{zx}{y}\right)^2\geq\frac{xy}{z}.\frac{yz}{x}+\frac{yz}{x}.\frac{zx}{y}+\frac{xy}{z}.\frac{zx}{y}=y^2+z^2+x^2$ Vậy: bất đẳng thức (*) đúng.	0,25

	$P=\left(\frac{xy}{z}+\frac{yz}{x}+\frac{xz}{y}\right)^2+4(xy+yz+zx)$ $=\left(\frac{xy}{z}+\frac{yz}{x}+\frac{xz}{y}\right)^2+4\left[\frac{(x+y+z)^2-x^2-y^2-z^2}{2}\right]$ $=\left(\frac{xy}{z}+\frac{yz}{x}+\frac{xz}{y}\right)^2+2-2(x^2+y^2+z^2)$	0,25
	$\geq 3(x^2+y^2+z^2)+2-2(x^2+y^2+z^2)=x^2+y^2+z^2+2$ $\geq\frac{1}{3}(x+y+z)^2+2=\frac{7}{3}$ Dấu "=" xảy ra khi $x=y=z=\frac{1}{3}$	0,25
	GTNN của P là $\frac{7}{3}$ khi $x=y=z=\frac{1}{3}$	0,25

Lưu ý: Trên đây chỉ là giải sơ lược. Học sinh có nhiều cách giải khác nhau, nếu đúng giám khảo cho điểm tương ứng của phần đó.